III. országos magyar matematikaolimpia
XXX. EMMV
Déva, 2020. február 11–16.

VI. osztály

1. feladat. A $\mathcal{C}(O; R)$ körön felvesszük az A_1, A_2, …, A_{15} pontokat ebben a sorrendben. Tudjuk, hogy $\widehat{A_1A_2} = 5°$, $\widehat{A_2A_3} = 8°$, $\widehat{A_3A_4} = 11°$, …, $\widehat{A_{14}A_{15}} = 44°$ (mindegyik körív az előzőhöz képest 3°-kal nagyobb).

a) Igazold, hogy A_2 és A_{11} átmérősen ellentett pontok!

b) Számítsd ki az $\widehat{A_3OA_{12}}$ tulajdonképpeni szög mértékét!

c) Legyen $X, Y \in \mathcal{C}$ úgy, hogy OX és OY az A_2OA_5, illetve az A_5OA_{11} szög szögfelezője. Ha d az Y ponton átmenő, az OX-el párhuzamos egyenes, akkor igazold, hogy d a kör érintője!

2. feladat. Adottak az $A = \left\{ n \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{4n+7}{3n+4} \text{ reducibilis} \right\}$ és $B = \{x \in \mathbb{N} \,|\, x = p^2,\ p \in \mathbb{N}\}$ halmazok.

a) Határozd meg az A halmaz elemeit!

b) Igazold, hogy az A és B diszjunkt halmazok!

3. feladat. Adott az ABC háromszög, ahol az A és B szögek mértékei, valamint a C külső szög mértéke fordítottan arányosak a 6,6, az 5,5 és az x számokkal.

a) Határozd meg az x számot!

b) Határozd meg a háromszög szögeinek mértékét, ha a C szög mértéke 4°-kal nagyobb a B szög mértékének 1,1-szeresénél!

4. feladat. Egy iskola VI. osztályaiban összesen 50-nél kevesebb tanuló van. Egy felmérés után a következőket tudtuk meg:

- nincs olyan hónap, amelyben ne ünnepelné születésnapját legalább 3 tanuló;
- a tanulók 50%-a lány;
- 6-szor kevesebb szemüveget viselő tanuló van, mint szemüveget nem viselő.

a) Hány VI. osztályos tanuló van?

b) A tanulók között szétosztottunk 902 csokit, mindenki kapott legalább egyet. Igazold, hogy létezik két olyan tanuló, aki ugyanannyi csokit kapott!

Megjegyzés: Minden feladat kötelező és 10 pontot ér. Munkaidő 3 óra.