Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. FELADATSOR – Írd a vizsgalapra a helyes válasznak megfelelő betűt! (30 pont)

5p **1.** Az $(a_n)_{n\geq 1}$ számtani haladvány első három tagjának összege 333. A haladvány második tagja:

A. 30 **B.** 111 **C.** 222 **D.** 333

5p **2.** Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x-5$ függvény. Az $(f\circ f)\left(\frac{10}{9}\right)$ érték:

A. -10 **B.** $-\frac{5}{3}$ **C.** 0 **D.** $\frac{10}{9}$

5p **3.** A $2\log_2(x+1)-\log_2(x+2)=\log_{\frac{1}{3}}3$ egyenlet megoldásainak halmaza:

A. $\left\{-\frac{3}{2},0\right\}$ **B.** $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$ **C.** $\{0\}$ **D.** $\left\{0,\frac{3}{2}\right\}$

5p **4.** A kétjegyű természetes számok halmazából véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott számnak legyen legalább egy páros számjegye:

A. $\frac{5}{18}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{5}{9}$ **D.** $\frac{13}{18}$

5p **5.** Az xOy koordináta-rendszerben egy háromszög oldalainak tartóegyenesei a $d_1: y=-2x$, $d_2: y=2x$ és $d_3: x=2$ egyenletű egyenesek. A háromszög kerülete:

A. $4\left(2+\sqrt{5}\right)$ **B.** 24 **C.** $6\sqrt{5}$ **D.** $4\left(3+\sqrt{5}\right)$

5p **6.** Adott az $E(x)=\sin x-\cos x+\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-\cos\left(x+\frac{3\pi}{2}\right)$ kifejezés, ahol x valós szám. Bármely valós x szám esetén az $E(x)$ kifejezés egyenlő:

A. 0 **B.** $2\cos x$ **C.** $2\sin x$ **D.** 1

II. FELADATSOR – Írd a vizsgalapra a feladatok részletes megoldását! (30 pont)

1. Adott a $D(a,b)=\begin{vmatrix} a & 2b & 1 \\ a & a & b \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ determináns, ahol a és b valós számok.

5p **a)** Számítsd ki $D(0,1)$ értékét!

5p **b)** Igazold, hogy $D(a,1)\geq 0$, bármely a valós szám esetén!

5p **c)** Ha m és n páratlan egész számok, bizonyítsd be, hogy $D(m,n)\neq 0$.

2. Adottak az $I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $A(x)=\begin{pmatrix} x & 1 & -x \\ 1 & 0 & 1 \\ -x & 1 & x \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x valós szám.

5p **a)** Igazold, hogy $A(-x)+A(x)=2A(0)$, bármely x valós szám esetén!

5p **b)** Igazold, hogy $\det\left(A(x)A(y)-A(2xy)\right)=0$, bármely x és y valós szám esetén!

5p **c)** Határozd meg az m valós számot, ha $A(1)A\left(\frac{1}{2}\right)+A(2)A\left(\frac{1}{4}\right)+\ldots+A(2019)A\left(\frac{1}{4038}\right)=mI_3$.

III. FELADATSOR – Írd a vizsgalapra a feladatok részletes megoldását! (30 pont)

	1. Adott az $f:(-2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x+1}{x+2}$ függvény.
5p	**a)** Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ határértéket!
5p	**b)** Adott az $(a_n)_{n\geq1}$ sorozat, ahol $a_n=f(n)$. Igazold, hogy az $(a_n)_{n\geq1}$ sorozat korlátos!
5p	**c)** Számítsd ki a $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(\sqrt{f(n)}-1\right)$ határértéket!
	2. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} a+\dfrac{\sin x}{x}, & x\in(-\infty,0) \\ \sqrt{x^2+2x}, & x\in[0,+\infty) \end{cases}$ függvény, ahol a valós szám.
5p	**a)** Határozd meg az a valós számot úgy, hogy az f függvény folytonos legyen $\mathbb{R}$-en!
5p	**b)** $a=1$ esetén határozd meg az f függvény grafikus képéhez tartozó vízszintes aszimptota egyenletét a $-\infty$ felé!
5p	**c)** Igazold, hogy bármely a valós szám esetén az $f(x)=\lvert a\rvert$ egyenletnek van legalább egy megoldása!