

Sziasztok!

Továbbra is azt hiszem, hogy a Lagrange és a Cauchy tételeket még halasszuk...

Ahogy ígértem, küldök még deriválni valókat, majd lassan megpróbálkozunk elméletet is felvenni.

Szóval:

1. Mutassuk ki, hogy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{2x}$ esetén: $f''(x) - 5f'(x) + 6f(x) = 0$.
2. Oldjuk meg $f''(x) = 0$ ha $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
3. Adott $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \sin^2 x, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}$. Mutassuk ki, hogy kétszer deriválható $x_0 = 0$ -ban és számítsuk ki $f''(0)$.
4. Adott $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + m, & x \leq 2 \\ -2x^2 + nx + p, & x > 2 \end{cases}$. Határozzuk meg az m, n, p valós számokat úgy, hogy f kétszer deriválható legyen $x = 2$ -ben.
5. Számítsuk ki: **a)** $(x^2 \sin x)^{(20)}$; **b)** $(x^2 e^{3x})^{(10)}$
6. Számítsuk ki az n -ed rendű deriváltját: a) $f(x) = \frac{1}{x-1}, x \neq 1$; b)
 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}, x \neq 1, x \neq 2$
7. Mutassuk ki, hogy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = xe^{2x}$ kielégíti az: $f''(x) - 4f'(x) + 13f(x) = 0$ egyenletet.
8. Oldjuk meg $f''(x) = 0$ ha $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$.
9. Adott $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \arctg x, & x \geq 0 \\ x^3 + x, & x < 0 \end{cases}$. Mutassuk ki, hogy kétszer deriválható $x_0 = 0$ -ban és számítsuk ki $f''(0)$.
10. Adott $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 + ax - 2, & x < 2 \\ 4, & x = 2 \\ bx^2 - 2x + c, & x > 2 \end{cases}$. Határozzuk meg az a, b, c valós számokat úgy, hogy f kétszer deriválható legyen $x = 2$ -ben
11. Számítsuk ki a 2. rendű deriváltját: a) $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{1+x}$
b) $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \ln x$

12. Számítsuk ki a 3. rendű deriváltját: a) $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{1+x}$

b) $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x \ln x$

13. Számítsuk ki: a) $\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^{(6)}$; b) $(xe^{5x})^{(5)}$

14. Számítsuk ki $f^{(n)}(0)$ ha a) $f(x) = xe^{\frac{x}{a}}$; b) $f(x) = \frac{1}{1-x^2}, x \neq \pm 1$

15. Adott $f : \mathbb{R} - \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ és $a_n = n^2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!} f^{(k)}(n+3)$. Számítsuk ki

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

16. Hányszoros gyöke a megadott pont az egyenletnek?

a) $x^6 - 7x^5 + 15x^4 - 40x^2 + 48x - 16 = 0, x = 2$

b) $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 12x + 9 = 0, x = 1$

c) $2x^5 - x^4 - 7x^3 + 7x^2 + x - 2 = 0, x = 1$